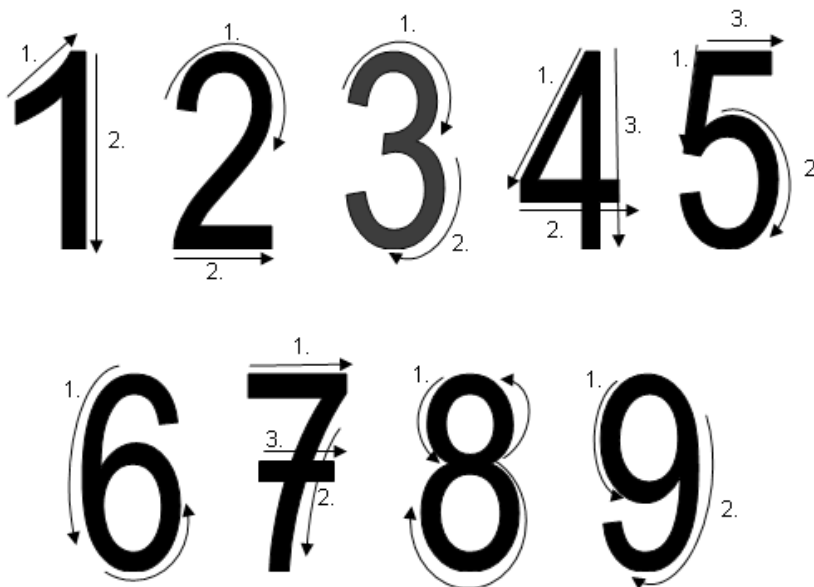


БЛОК БРОЈЕВА ДО 10

Првих девет природних бројева и нулу означавамо посебним симболима које називамо **цифре**. Кад се тим бројевима дода и број 10, добија се **блок бројева до 10**. То је основни блок бројева јер се од њих, помоћу операција сабирања и множења, формирају сви други природни бројеви. На пример,

$$\begin{aligned} 708145 &= 7 \cdot 100000 + 0 \cdot 10000 + 8 \cdot 1000 + 1 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 5 \\ &= 7 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 + 0 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 + 8 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 + 1 \cdot 10 \cdot 10 + 4 \cdot 10 + 5, \text{ итд.} \end{aligned}$$

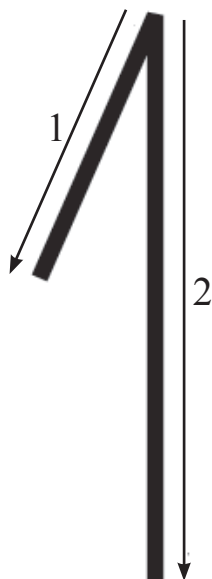
Цифре су симболи који су настали модификацијом и упрошћавањем древног начина њиховог писања, који потиче из Индије и који је преко Арапа доспео у Европу. Правилно писање цифара, као и слова, је дидактички задатак типа вежбе руке, коме се од почетка мора поклонити пажња да се не би формирале лоше навике, које се понављањем укоренеју и које се касније теже отклањају. А да бисмо поступак правилног писања цифара могли лакше себи представити, разлагаћемо сваку од њих на линије које се извлаче **кретњом** врха писаљке, док та кретња не стане да би се променио правац писања или врх писаљке пренео на друго место. Важно је истаћи и редослед извођења ових кретњи који подлеже правилу писања с лева на десно и одозго на доле. На слици која следи, кретње су означене стрелицама које упућују у ком се смеру врх писаљке креће, а бројеви показују редослед извођења тих кретњи.



Сл. 1

Приметимо да су све цифре - линије које се могу написати у једном потезу тј. без подизања врха оловке и прекидања писања, са једним јединим изузетком цифре 7 (писане са цртом по средини). Али тада нарушавамо правило писања - с лева на десно и одозго на доле. Отуда се јавља и разлика код писања цифара 6 и 9, где прву извлачимо једном кретњом а другу са две.

Цифра 9 се добија кад заротирамо цифру 6, али њено правилно писање не иде са потезом одоздо на горе, па зато уместо једног, имамо два потеза. Кад бисмо цифру 1 писали као на овој слици:



Сл.2

имали бисмо прекид у писању, што је мање повољно него ли начин који је представљен на претходној слици.

Писање цифара, као и свако друго **енактивно учење** (по Џ. Брунеру, учење кроз кретање) остварује се увежбавањем контролисаних покрета руке. Понављањем, ти покрети такође теже својој правилности, а деца све слободније и правилније пишу цифре, следећи узорке који су им предложени.

Излагање о правилном писању цифара посебно смо издвојили у једну целину, да бисмо тако могли да изложимо оно што је код тог писања заједничко. Бројеви из блока до 10 заслужују да буду обрађени, сваки као посебна дидактичка јединица у којој се указује на правилно писање цифре која тај број обележава, ту се по први пут уводе операције сабирања и одузимања, заграде и истичу својства операције сабирања. Зато ћемо ову тему разбити на више подтема.

БРОЈЕВИ 1, 2, 3, 4, 5.

Сваки од ових пет почетних бројева обрађује се као посебни појам и том се приликом увежбава писање цифре којом се означава. Запажа се да нека деца не праве разлику између правилно написане цифре и оне извртнуте – њене огледалске слике. Кроз неку активност потребно је деци скренути пажњу на ову разлику, а конкретна демонстрација са огледалом је такође добродошла.

Писање ових почетних бројева везује се за слике скупова који представљају одговарајућу бројност. Такође, путем слика истиче се улога ових бројева као сабирака и умањеника (вежбе 3. и 4. у лекцији 8, вежба 5. и 6. у лекцији 9, итд.).

Знаци „мање“ и „веће“ су лаки за писање, али су један другом огледалска слика, па их је лако мешати. У лекцији 22, вежба 2. види се „ждера“ како отвара кљун тамо где је више хране. Ту причу допуните примедбом да се и ови знаци отварају према већем броју.

Сумирајући, **дидактички задаци** у овој подтеми су: вежба руке код писања цифара, придруживање скуп – број, писањем одговарајућих бројева и поређење бројева по величини са записивањем тих односа коришћењем знакова „мање“ и „веће“.

САБИРАЊЕ И ОДУЗИМАЊЕ

Често чујемо да се каже “не сбирају се бабе и жабе”. Уважавајући преносни смисао овог упозорења, морамо рећи да оно више нема никакву дидактичку вредност и да је потекло из прошлог времена, кад су се мешали појмови сабирања и обједињавања (унирања) скупова. Кад чисто мислимо, знамо да се сабирају само бројеви, а скупове објеката обједињујемо да би тако они чинили један нови скуп. Међутим, сви чисто не мисле, па ни они аутори уџбеника који пишу знак плус између слика којима су представљени конкретни скупови објеката. Ипак, ви то немојте радити, јер бисте тако деца мутили појмове.

У старој дидактици бројеви су увођени преко њихових цифарских записа, а месна вредност цифре је играла посебну улогу. Сабирање и одузимање учили су се као формалне операције – бројеви су писани један испод другог, јединице упрвој колони, десетице у другој, стотине у трећој итд. Та вештина рачунања је важан аспект **дидактичких процедура**, које се у ужем смислу схватају као **сабирање** и **одузимање**. Али да бисмо омогућили деци да разумеју оно што раде, разложићемо ове процедуре на јасно назначене кораке. Традиционално се задатак сабирања формулисао са „на једном месту толико, на другом толико, колико је то укупно“, а одузимања са „било је толико, узето је толико, колико је остало“. Ради прегледности, раздвојићемо случајеве сабирања и одузимања.

Први корак код сабирања је **препознавање ситуације** на коју реагујемо сабирајући. Њу можемо описати као представу о два скупа А и В (без заједничких елемената) и што је важно истаћи, са датим бројностима m и n , скупова А и В. У реалним случајевима, ова се ситуација описује на врло различите начине: 8 црвених цветова и 7 плавих; уштедео си 270 динара, па си још добио 57 динара; било је 26 ученика, па их је дошло још 12, итд. Али, све те случајеве можемо укључити у исту представу – скупови А и В, са датим бројностима m и n .

Други корак код сабирања је **писање збира** $m + n$. Зар се тако не ради кад год су дати сабирци неки велики бројеви? На пример, наше одељење је посадило 284 саднице бора првог дана, а другог њих 328. Тада прво пишемо збир $284 + 382$ па га потом израчунавамо.

Трећи корак је **рачунање вредности збира**, а у првом разреду то се своди на **запамћивање таблице сабирања** до 20 (и обраду методе прелаза преко 10).

Први корак код одузимања је **препознавање ситуације** на коју реагујемо одузимајући. Пратећу представу чини скуп А, са датом бројношћу m и његов подскуп В, са датом бројношћу n . Сви реални случајеви такође се свode на ову представу: имала си 173 динара, па си потрошила 84, посађено је 825 борића, па се њих 93 осушило, итд.

Други корак ће бити **писање разлике** $m - n$, а трећи **рачунање њене вредности**. У првом разреду ово рачунање се темељи на **запамћивању таблице одузимања** до 20 (и учењу методе одузимања идући прво до 10).

Према изложеном плану обраде ових операција, у овој подтеми, сабирање и одузимање се осмишљавају у оквиру блока бројева до 10. Да би се деца „натерала“ да, на пример, пишу $2 + 1$, $2 + 2$, итд., а да не истрчавају са 3, 4 итд. користе се држачи места (црте на којима пишу одговарајуће бројеве). Како једном осмислимо ове операције, тај њихов смисао трајно остаје. То је главни дидактички задатак у овој подтеми, а дидактичке технике које се примењују треба узимати са разумевањем њихове улоге.

Напоменућемо такође да се у овој теми, и на скривен начин, појављује и метода прелаза преко 5. Ипак, ту методу посебно не истичемо него је илуструјемо слагалицама штапића (о којима ће касније бити више речи).

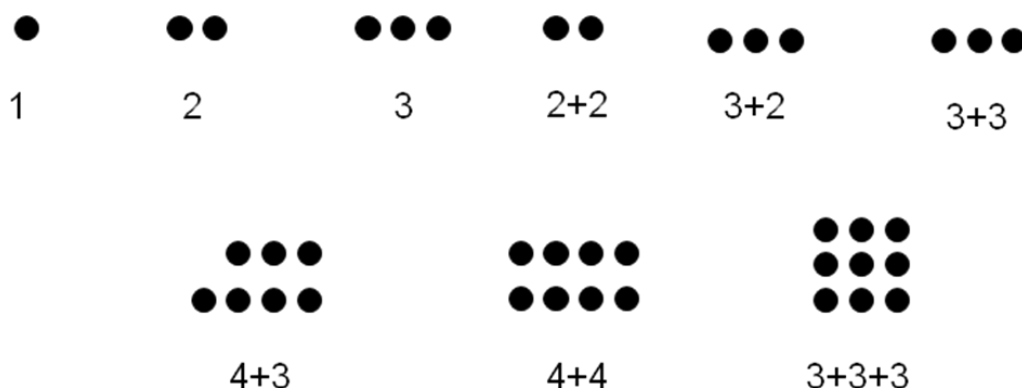
У једној од лекција које следе (л. 25) по први пут се обрађује **знак једнакости**. Кад, на пример, пишемо збир $3 + 2$, то значи да смо реаговали на представу о два скупа, једног који има 3 и другог који има 2 члана. Кад их посматрамо као један скуп и пребројимо његове чланове, пишемо 5. Укупан број чланова тог скупа једном означавамо пишући $3 + 2$, а други пут, пишући 5. Значи да су $3 + 2$ и 5 две различите ознаке за исти број и на тој основи пишемо једнакост $3 + 2 = 5$. Једначити две исте ознаке и, на пример, писати $5 = 5$, $3 + 2 = 3 + 2$ и сл., нема неку нарочиту сврху. Али кад једначимо две различите ознаке којима представљамо један те исти број, тада користимо знак једнакости у правом смислу.

Пишући број $3 + 2$, ми смо регистровали извесни шум – чињеницу да видимо чланове неког скупа груписане у две групе од по 3 и 2 објекта. Пишући број 5, ми тај шум не региструјемо него га занемарујемо као својство небитно за појам броја. Тако, на основу инваријантног схватања броја и пишемо једнакост $3 + 2 = 5$.

БРОЈЕВИ КАО ОБЛИЦИ

Бројеви су видљиви облици, каже Рудолф Арнхајм у његовој префињеној књизи „Визуелно Мишљење“ (превод В.Стојића, Уметничка академија у Београду, 197). Ово је заиста тачно за бројеве из почетних блокова. Па, кад чујемо неки бројевни податак или прочитамо одговарајући запис, у нашој се свести јавља, макар једва осетно, некаква представа о гомилицама јединица, десетица, стотина, С друге стране, врло велике бројеве не прати таква представа и њихов смисао одређују дугачки цифарски записи којима их представљамо.

У древним цивилизацијама бројеви су се представљали (а то значи и записивали) у виду слагалица једнообразних знакова. У Вавилону клинастим знаковима, у Египту јединице штапићима, стотине луковима, итд. У дидактици постоји више врста бројевних слика (којима се представљају бројеви до 10), а прва идеја те врсте припада руском филантропу Буцеу (Федор Иванович Буссе, 1794 – 1859):



Сл. 3

И древне слагалице, и оне које се јављају у дидактици, морале су бити умешно структурисане да би сугерисале бројност на први поглед. Кад су објекти хаотично распоређени и кад их је више од пет, тад већина људи нема ту способност да, без бројања, погоде колико их ту има. Томе неће много допринети ни правилно ређање објеката једног за другим. Такве монотоне слагалице нису смишљено структурисане, па је зато такав њихов ефекат мали. Обратите пажњу на Бусеове слагалице и запазите да су оне структурисане да сугеришу збирове (написане испод њих), а те збирове готово несвесно формирамо погледом на те слагалице и потом (муњевито) рачунамо.

Једно врло сугестивно представљање бројева видимо на доминским плочицама, на којима су тачкице тако распоређене да представљају лако запамтиве облике који непосредно сугеришу бројност. Традиционално, учитељи су се довијали користећи природни дидактички материјал (зрна кукуруза, пасуља и сл.). Деца су слагала и разлагала гомилице којима су представљала бројеве и операције са њима (а мора да су муку мучила са нестабилношћу таквих гомилица које је сваки мали, неконтролисани покрет могао да поруши).

Ограничићемо наше излагање на бројевне слике као видљиве облике представљања бројева и операција са њима, јер је тај начин изводљивији у оквиру штампаних материјала и посебно код компјутерски подпомогнуте наставе. При том, треба се ослободити **заблуде**

- да је представљање објектима из природног окружења боље, јер истраживања показују супротно,
- **што је мање шума присутно, ефекти учења су бољи.**
Такође, **начин представљања** једном одабран,
- **мора бити доследно коришћен кроз све дидактичке процедуре.**
а не да се стварају збрке кад, рецимо, на један начин представљамо бројеве обрађујући сабирање, а сасвим другачије то радимо код одузимања.

Видљиво представљање бројева и операција са њима морало би испуњавати следеће захтеве:

1. Јединица пребројавања увек се представља истим знаком.

Ово значи да бројевне слике или како ћемо их чешиће звати слагалице, састављене су од (масних) тачкица, истоветних кружића, праволинијских црта исте дужине, итд.

2. Начин слагања поштује бројање по један и истиче бројеве 5 и 10.

Поштовање бројања значи да кад је формирана слагалица која представља неки број, додајући редоследом слагања један знак, настаће слагалица која ће представљати за један већи број. Исто тако скидањем једног знака, редоследом обрнутим слагању, настаје слагалица која представља за један мањи број.

Приметимо да Бусеове слагалице не испуњавају овај захтев: додајући једну тачку слагалици која представља број 3 не добија се она која представља 4, нити оној која представља 8 слагалица која представља 9, итд.

Чувени лингвиста Јакоб Грим (1785 – 1863) каже: **бројање почиње бројањем прстију**. А прстију има 5 на једној, а 10 на двома рукама. Раније смо истицали граматичке форме у словенским језицима везане за број 5. И штап из палеолита, нађен у Вештоницама (Моравска) има зарезе у групама по 5, све до 25. Број 5 има своје посебно место у поимању почетних бројева, а о значају броја 10 као основе десетичног система нема потребе ни да говоримо.

Напоменимо и то да простим слагањем знакова – једног за другим, настају слагалице које испуњавају први део овог захтева али не и други.

3. Слагалице пројектују бројност на први поглед.

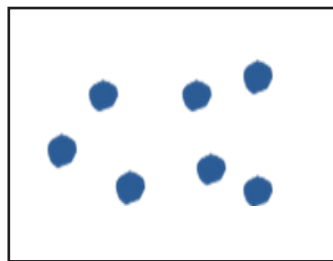
Овај захтев значи да слагалице треба да буду лако препознатљивог облика, чија је структура разговетна и усклађена са десетичним записима и местом броја 5. Њихова дидактичка улога је да представљају визуелне „записе“ за бројеве, попут оних који су коришћени у древним цивилизацијама.

4. Слагалице се могу користити у што ширим блоковима бројева.

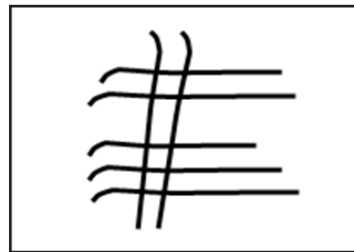
Ово би значило да је обликовање слагалица такво да се оне могу користити за визуелно представљање бројева бар до 100 и да послуже за интерпретацију сабирања и множења. Посебно оне морају бити подесне за визуелно представљање начина формирања таблица сабирања и множења.

5. Облик слагалица је довољно стабилан.

Кад се знак који представља јединицу пребројавања црта неправилно и кад су његове реплике неуједначене по величини, а њихов распоред у слагалици поремећен, тада таква слагалица може изгледати хаотично и изгубити функцију да је брзо препознатљива. Неке врсте слагалица могу бити мање осетљиве (тј. више стабилне) натакве поремећаје, док друге могу бити осетљивије (тј. нестабилније) при таквим поремећајима.



(нестабилна)



(стабилна)

Сл.4

5. Слагалице и деца лако цртају (доцртавају).

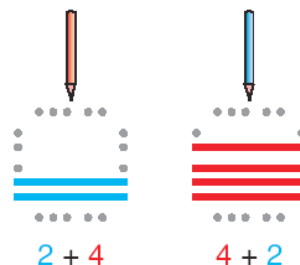
Нема много смисла цртати слагалице које представљају веће бројеве. Њих морају садржавати штампани материјали, али у случају мањих бројева (до 20) корисно је да у за то програмираним материјалима, деца доцртавају знакове и тако активно изражавају одређене аритметичке радње.

Пример те врсте била би следећа вежба:

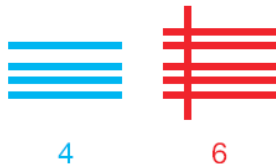
Дато је:



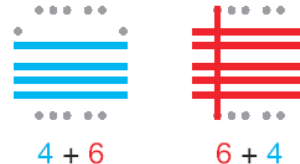
Сложи:



Дато је:



Сложи:

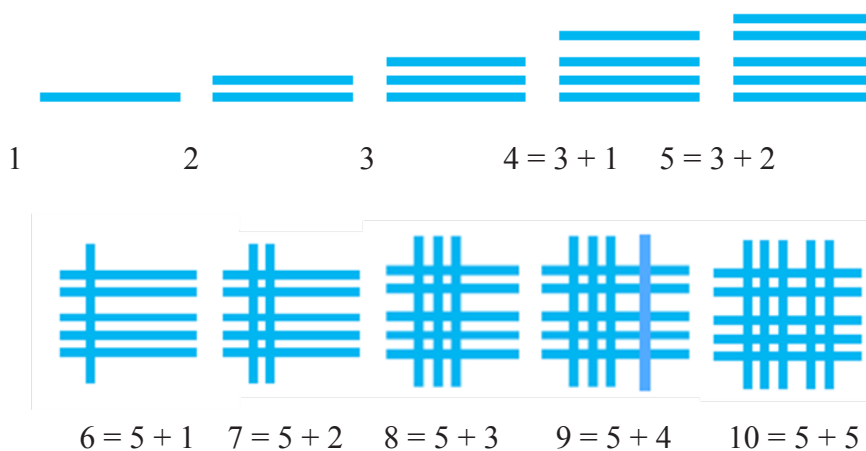


Сл.5

У овој вежби, цртајући деца вежбају руку служећи се лењиром, али откривају и смисао сабирања – формирајући од две дате слагалице трећу.

Важно је истакнути да је **поимање слагалица као помоћног средства за рачунање** сасвим **наивно**. Њихова дидактичка намена је друге природе – оне служе да бројеве представе као видљиве облике а операције са њима као сређивање таквог представљања.

Слагалице које ћемо овде посебно издвојити имају јединицу пребројавања представљену праволинијском цртом, а те црте подсећају на штапиће од којих би се одговарајући дидактички материјал састојао и, у крајњој линији, на прсте руку. Начин слагања такође подсећа на ређање прстију и укрштање једне шаке преко друге. За бројеве до 10, те слагалице изгледају овако:



Сл. 6

Збирови писани испод њих истичу начин структурисања, док је улога броја 5 врло јасно истакнута. Ове слике такође указују на начин формирања ових слагалица – додавањем црта по црта. Гледајући то у супротном смеру, видимо и начин њиховог разлагања. Бројеви од 11 до 20 прво се уводе као збирови броја 10 и одговарајућег броја из блока до 10. То се такође поштује код формирања слагалица за бројеве 11 – 20.



Сл. 7

Направите веће копије слагалица за бројеве 1 – 10 и проверите да их деца брзо запамћују и број који представљају погађају на први поглед. Такође сами анализирајте њихову структуру и проверите да оне заиста задовољавају све раније наведене захтеве.

За правилно цртање ових слагалица ипак је потребно имати матрицу тачкица које чине крајеве црта. Без те матрице и без употребе лењира, такво цртање би било за децу неизводљиво, а вероватно да и ви нећете бити задовољни кад их цртате слободном руком. Зато, кад радите са овим бројевним сликама, програмирајте вежбе које дајете деци и нека те вежбе садрже потребне матрице тачкица. Ако се служите компјутером та ће вам припрема ићи лако, а ако не, ограничите се на вежбе из уџбеника и радних листова.

На крају рецимо да је тешко замислити разговетније и функционалније бројевне слике од ових.